Daar kun je mee lezen en schrijven

Workshop NUwiskunde-congres

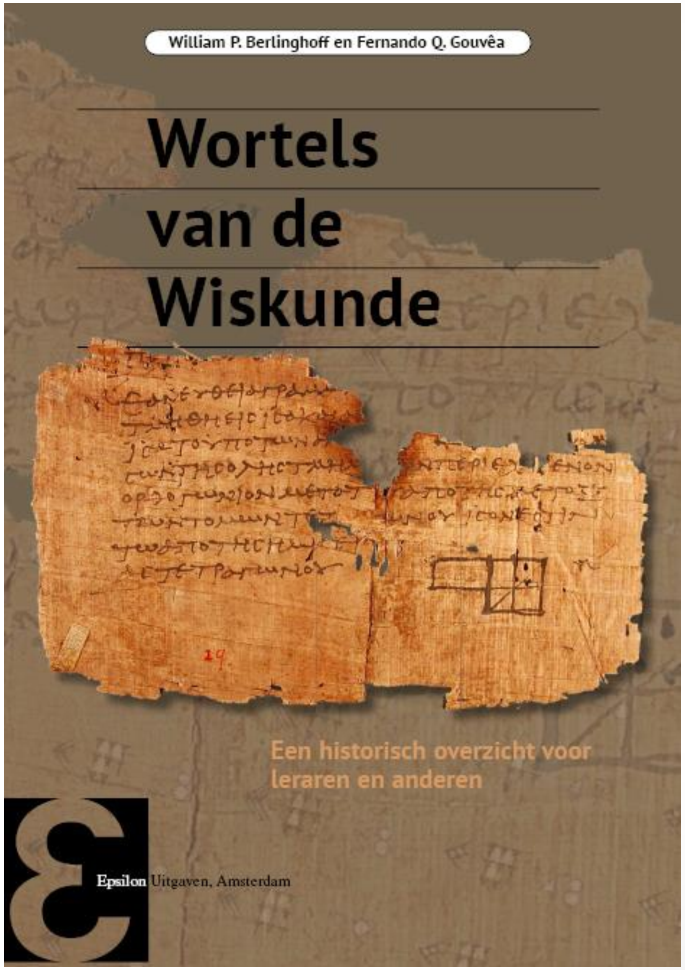
16 november 2016

Even voorstellen

Desiree van den Bogaart
Lerarenopleider HvA
d.a.van.den.bogaart@hva.nl
@dvandenbogaart

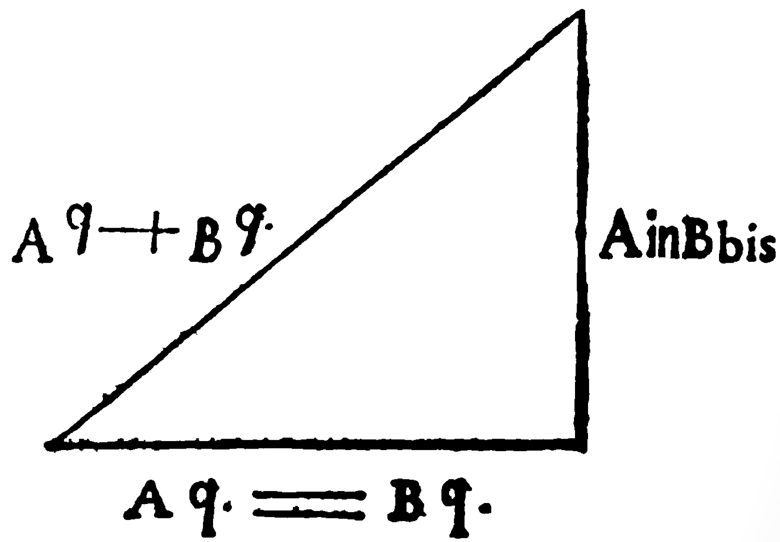
Artikelenreeks in Euclides
(samen met Jeanine Daems)

Poster voor Noordhoff (wordt straks gepresenteerd)



Programma

- Een bijzondere bron
- Herkomst rekensymbolen & notatie variabelen met exponenten
- LOCO
- Transfer



Einde van een tijdperk: rond het jaar 0

- Griekse meetkunde ‘sterft’.
- Als gevolg van opkomst Christendom nam belangstelling in wetenschap en vrije filosofie af.
- Bibliotheek van Alexandrië wordt gedeeltelijk verbrand onder Caesar en de rest verwoest door opstandelingen.
- Twee eenlingen: Diophantus en Hypatia.

Diophantus (+/- 250 na Chr.)

- Weinig bekend over zijn leven
- Boek: de Arithmetica
  - 13 delen (6+4 bewaard)
- Diophantische vergelijkingen
- Beoefent algebra los van meetkunde
- Eigen notatie

Voorbeelden van problemen

- Verdeel 100 in twee getallen met verschil 40.
- Vind twee getallen waarvan de som 20 is en de som van hun kwadraten 208.
- Verdeel 100 in twee andere kwadraten.

In Fermats exemplaar van de *Arithmetica*

ARITHMETICORVM
LIBRI SEX.
ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS
LIBER VNVS.
Nunc primùm Græcè & Latinè editi, atque absolutissimis
Commentariis illustrati.
AVCTORE CLAVDIO GASPARE BACHETO
MEZIRIACO SEBVSIANO, V.C.

LVTETIAE PARISIORVM,
Sumptibus SEBASTIANI CRAMOISY, via
Iacobæa, sub Ciconiis.
M. DC. XXI.

"Het is onmogelijk een derdemacht te verdelen in twee derdemachten, of een vierdemacht in twee vierdemachten, of algemeen een macht behalve een kwadraat in twee met dezelfde exponent, waarvoor ik een prachtig bewijs heb gevonden; de kantlijn is echter te klein om het te bevatten."

(Zeventiende eeuw)

Opdracht

- Bestudeer de notatie.
- Wat valt op? Wat denk je dat er staat?
- Probeer zo veel mogelijk (details) op te schrijven.

$$\Delta^{Y}\,\overline{\alpha}\;\varsigma\overline{\iota}\;{}'\acute{\iota}\sigma\;\mathrm{M}\;\overline{\lambda}\overline{\theta}$$

$$K^{Y}\,\overline{\alpha}\varsigma\tau\;\pitchfork\;\Delta^{Y}\overline{\beta}\;\mathbf{M}\;\overline{\alpha}\;{}'\acute{\iota}\sigma\;\mathbf{M}\,\overline{\varepsilon}$$

Betekenis

$$\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \bar{\varsigma\iota}\ \text{'}\acute{\iota}\sigma\ \mathrm{M}\ \overline{\lambda\theta}$$

$$x^2 + 10x = 39$$

$$K^{Y}\bar{\alpha}\varsigma\bar{\iota}\ \pitchfork\ \Delta^{Y}\bar{\beta}\ \mathbf{M}\ \bar{\alpha}\ \text{'}\acute{\iota}\sigma\ \mathbf{M}\bar{\varepsilon}$$

$$x^3 - 2x^2 + 10x - 1 = 5$$

Griekse getalnotatie

Α	Β	Γ	Δ	Ε	Ϛ	Ζ	Η	Θ
α	β	γ	δ	ε	ϛ	ζ	η	θ
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Ι	Κ	Λ	Μ	Ν	Ξ	Ο	Π	Ϟ
ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ϙ
10	20	30	40	50	60	70	80	90

Ρ	Σ	Τ	Υ	Φ	Χ	Ψ	Ω	Ϡ
ρ	σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	ϡ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

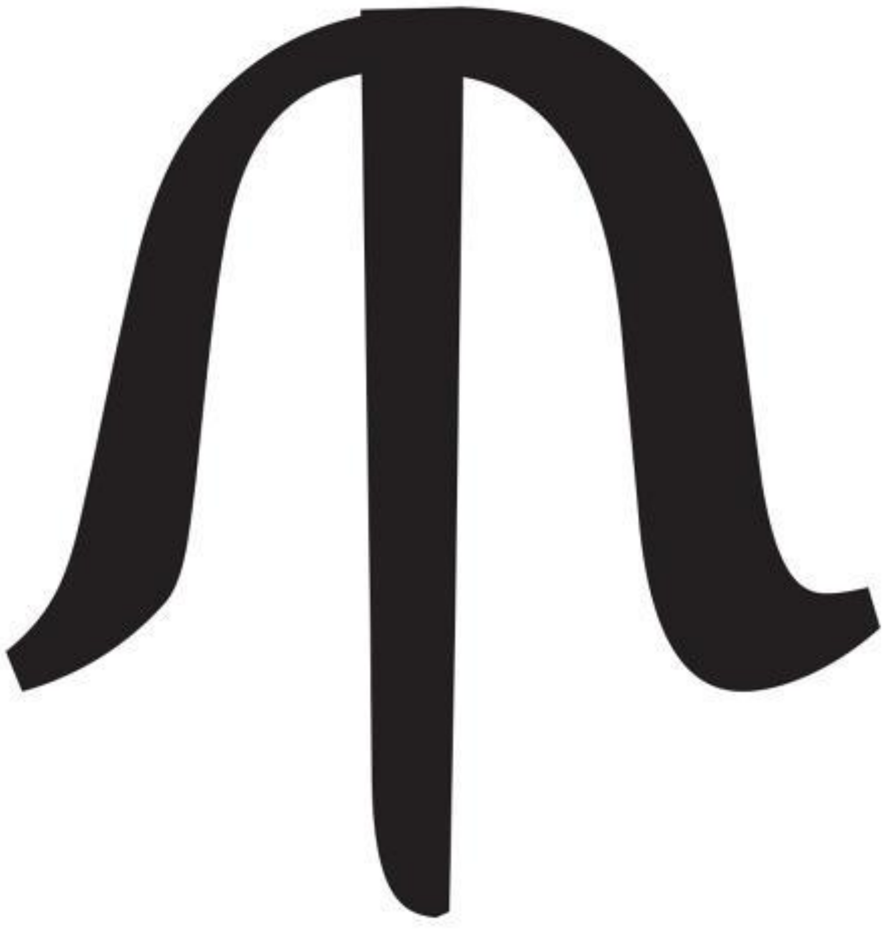
Opdracht (vervolg)

$$\Delta^{Y}\,\overline{\alpha}\;\varsigma\overline{\iota}\;\text{'ίσ}\;M\;\overline{\lambda\theta}$$

$$K^{Y}\,\overline{\alpha}\,\varsigma\,\overline{\tau}\;\pitchfork\;\Delta^{Y}\,\overline{\beta}\;\mathbf{M}\;\overline{\alpha}\;\text{ἴσ}\;\mathbf{M}\;\overline{\varepsilon}$$

- Als je de notatie van Diophantus bekijkt, zie je dat er nog een symbool in zijn tekst staat, dat geen onbekende of bekende voorstelt.
- Welk symbool is dit en wat leid je af over de betekenis?

Min



Plus, min, is-gelijk

$$(5+6)-7=4.$$

Regiomontanus,
jaren ’70 van de 15e eeuw

$$5 \; et \; 6 \; \widehat{\iota 9} \; 7 — 4$$

Luca Pacioli
Summa Arithmetica (1494)

$$5\ \tilde{p}\ 6\ \tilde{m}\ 7 \text{ —— } 4$$

Johann Widman (1498)

$$5 + 6 - 7 \text{ das ist } 4$$

Robert Recorde
The Whetstone of Witte (1557)

$$5 + 6 - 7 = 4$$

Albert Girard (1629)

$$(5+6)\div 7;$$

William Oughtred
Clavis Mathematicae (1631)

$$: 5 + 6 : \; - 7 = 4$$

René Descartes
La Géometrie (1636)

$$5 + 6 - - 7 \propto 4$$

Leibniz, Bernoulli, Euler (Vroege achttiende eeuw)

$$(5+6)-7=4.$$

Vermenigvuldigen

- Een vermenigvuldiging schrijven als het naast elkaar plaatsen van de te vermenigvuldigen hoeveelheden: India, 9e en 10e eeuw; Europa, 15e eeuw.
- Het symbool × voor vermenigvuldigen komt van William Oughtred in *Clavis Mathematicae* (1631).
- De vermenigvuldigpunt komt van Leibniz (1698). Hij introduceerde het verhoogde puntje als alternatief symbool om mogelijke verwarring tussen x en × te voorkomen.

Delen

- Het gebruik van ÷ voor delen danken we aan Johann Rahn. Hij introduceerde dit symbool in zijn boek *Teutsche* Algebra in de 17^{e} eeuw. Dit werd de voorkeursnotatie in Groot-Brittannië.
- Het was Leibniz (1684) die er de dubbele punt : van maakte zonder streepje. Hij werd in Europa hierin nagevolgd.
- Dit regionale verschil is er nog steeds.
- Daarnaast hebben we ook nog de breuknotatie en de deelstreep.

Variabelen, wortels en exponenten

$$x^3 - 5x^2 + 7x = \sqrt{x + 6}.$$

Leonardo van Pisa (1202) in navolging van Al-Khwarizmi

De kubus en zeven dingen met vijf kwadraten eraf is gelijk aan de wortel van zes meer dan het ding.

Luca Pacioli
Summa Arithmetica (1494)

cu.m̃.5.ce.p̃.7.co.——℞ *v.co.p̃.6.*

Michael Stifel
Arithmetica Integra (1544)

$$\mathcal{ce} - 5\,\mathfrak{z} + 7\,\mathfrak{X}\ \textit{aequ.}\sqrt{\,}.\,\mathfrak{X} + 6$$

Nicolas Chuquet (1484)

$$1^3.\bar{m}.5^2.\bar{p}.7^1.\ \textit{montent}\ \mathcal{R}^2.\underline{1^1.\bar{p}.6^0}.$$

René Descartes
La Géométrie (1637)

$$x^3 - - 5xx + 7x \propto \sqrt{x + 6}$$

Daarna

$$x^3 - 5x^2 + 7x = \sqrt{x + 6}.$$

Meer variabelen: $5a^3+7e^2$

- $5aaa + 7ee$ (Thomas Harriot, 1620)
- $5a3+7e2$ (Pierre Hérigone, 1634)
- $5a^{iii}+7e^{ii}$ (James Hume, 1636)
- $5a^3+7ee$ en $5a^3+7e^2$ (René Descartes, 1637)

    Conceptuele duidelijkheid won van typografisch gemak

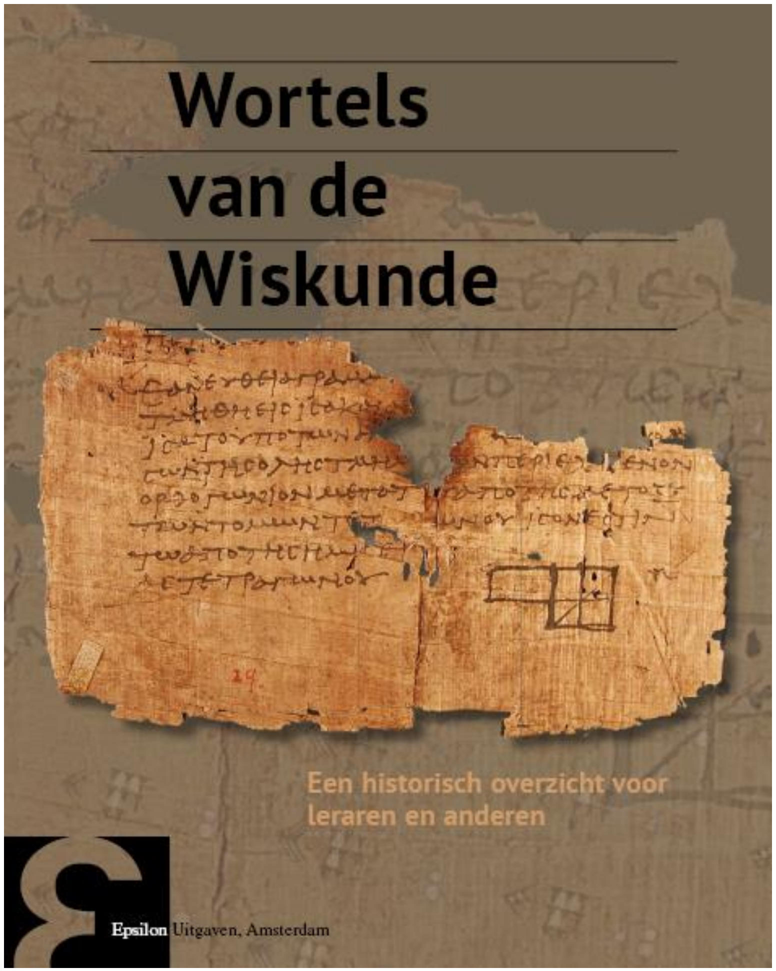
- Gebruik van *x*, *y* en *z* als voorkeursletters voor onbekenden, a, b en c voor parameters: Descartes.

Leren-Oefenen-Controleren-Ordenen

Transfer

- Wat kun je hiermee voor je eigen lespraktijk?
- Denk daarbij zowel aan inhoud (herkomst van notatie) als aan didactiek (bestuderen oude bron, werkvorm).

Bronvermelding



Daar kun je mee lezen en schrijven

Workshop NUwiskunde-congres

16 november 2016